

· 科学论坛 ·

## 自然科学基金申报中的反问题研究内涵

王来贵<sup>1</sup> 朱旺喜<sup>2\*</sup>

(1. 辽宁工程技术大学力学与工程学院, 阜新 123000;  
2. 国家自然科学基金委员会, 工程与材料科学部, 北京 100085)

**[摘要]** 实际工程与技术中, 存在大量已知现象而需要探求其发生原因与演化规律的反问题。在讨论工程、技术中存在的正问题与反问题的基础上, 我们探讨了反问题采用的因果分析法、类比法、激扰法、示踪法、试凑法等分析方法, 提出了自然科学基金申报中存在的反问题, 分析了反问题的识别、描述及其解法, 为国家自然科学基金项目申报、评审及研究提供借鉴。

**[关键词]** 反问题; 正问题; 国家自然科学基金项目; 描述方法

自然科学基金申报中, 一类问题是已知原因而求结果, 这类问题属于正问题; 而另一大类复杂问题是已知事物最终发生的现象或结果, 反过来需要寻求事物发生的原因和演化规律, 这类问题就是反问题。正问题与反问题在逻辑上有本质的区别, 在研究思路与研究方法上是不同的。反问题在不同学科、不同方法的研究中均有不同程度的涉及, 如在地震学、力学、流体机械叶轮设计、有压瞬变流限压控制反问题的最优控制、热传导方程逆时反问题的数值解法及反问题理论中<sup>[1-5]</sup>。而绝大部分自然科学基金项目的申请者并没有严格区分这两类不同性质的科学问题, 一般均把反问题也采用正问题的研究思路和研究方法, 致使反问题没有按照其特征进行研究, 导致研究内容不深入, 甚至引起错误, 造成不必要的损失。

### 1 工程、技术中的正问题与反问题识别

工程、技术中的重大需求, 是自然科学研究中项目的主要来源之一。工程系统或技术系统中涌现出的各种现象、状态、功能、特性之间往往存在着一定的逻辑顺序, 如思维顺序、时间顺序、空间顺序、因果顺序等等。如果工程系统或技术系统中结构(内因)与环境(外因)均已知, 最终结构(内因)与环境(外因)相互作用产生的功能、特性、现象、结果等等按照演化过程的逻辑顺序或分布形态, 由因推果, 可利用

已经获得或积累的科学知识, 认识该类问题事物的产生原因与发展变化规律, 这类问题属于工程技术系统中的正问题; 但工程系统或技术系统中往往表现出众多复杂现象, 而科研工作者研究的任务是要根据工程系统或技术系统中可观测到的复杂现象, 反过来由现象来探求事物的内部结构与所受的外部环境影响因素, 即去寻求产生这些复杂现象所涉及的内因、外因和相互作用原理, 由表及里, 索隐探秘, 倒果求因, 这类问题属于工程技术系统中的反(逆)问题。例如在岩石力学研究中, 将特定的岩石试样单轴或多轴加压, 就可测定岩石受压的全程应力—应变特性, 这属于正问题; 反过来, 有一组全程应力—应变特性曲线, 去寻求岩石试样与载荷作用因素, 就属于反问题。就固体力学来说, 对于特定的固体, 充当原因的量可能是: 广义的力(如力、力矩, 静力、动力, 单向作用力、多向作用力, 等等)作用, 物理中的温度、湿度、辐射作用, 化学作用, 生物作用等等。而充当结果的量可以是变形、破坏、断裂、应变、位移、速度、加速度、波、势能、电势、原物质的消失与新物质的产生、动植物的生长与消亡等, 一般由前者原因引起后者的结果为正问题; 而已知后者的结果反求前者原因就为反问题。

工程系统或技术系统中的正问题是由于因寻果, 要认识、寻求某些因素(因)和一个或一些现象(果)之间的因果对应关系与演化规律。正问题的复杂性

收稿日期: 2015-06-18; 修回日期: 2015-11-03

\* 通信作者, Email: zhuwx@nsfc.gov.cn

体现在一因多果,或同因异果,或多因多果,或多因耦合,或因果互馈。体现所研究问题复杂的、不可逆的非线性演化过程与演化特性。而工程系统或技术系统中的反(逆)问题是依据已知的工程技术现象(果),寻找导致这些现象的本质原因(因)与相互对应关系,以果推因。反(逆)问题面临着存在性、多解性和稳定性等不可避免的适定性问题,即工程或技术系统往往存在着一果多因或同果异因,多果多因等对应关系的复杂性。对于同一类工程技术现象,不同学科从不同角度注重与自身学科相关现象一本质关系的研究,形成不同学科研究领域。反(逆)问题广泛地出现在如地理、医学、地学、物理学、力学、成像技术、遥感、海洋声学层析、无损检测、航空航天等学科领域中,是在数学、物理学、力学、化学、生物学等基础科学中存在最多、最重要、最复杂和最难研究的一类问题。因此注重工程技术中及对应的反问题的深入研究,具有重要的科学意义和实用价值。

## 2 反问题的研究方法

实际工程技术中,绝大部分的反(逆)问题都非常复杂,通常需要在因素逻辑分析的基础上,采用因果分析法、类比法、激扰法、示踪法、试凑法、反(逆)推法、综合分析法等分析方法,提出科学假说<sup>[6—8]</sup>,论证与检验科学假说,最终形成科学理论。

在研究具体工程技术问题时,首先要分析所研究问题的影响因素,建立由各种不同因素组成因素空间,分析可能的影响因素,明确哪些因素是可能的内因,哪些因素是可能的外因,哪些因素既是可能的内因又是可能的外因;哪些因素之间无关联,哪些因素之间相关联并寻求这些关联因素之间关联的程度及其相互联系、相互作用的规律。模型简化过程中,哪些因素可以忽略,哪些因素必不可少;哪些因素是基本影响因素,即“基因”或基本单元体,哪些因素是核心影响因素,哪些因素是关键影响因素或控制因素。从而明确所要研究问题中的基本影响因素和关键影响因素。

在所确定的因素空间中,依据事物发生、发展的逻辑关系,一是采用因果分析法,以结果作为特性,以原因作为因素,逐步深入研究和讨论研究对象目前存在的深层次问题。因果分析法可绘制因果分析图,即可利用因果排除法,排除绝对没有联系的非关联因素;也可利用因果关联法,确定绝对有影响的必然因素和关键因素,甚至是唯一因素,并最终寻求这些因素之间相互作用原理及其演化规律。二是采用

类比法,即由一类事物所具有的某种属性,推测与其类似的事物应具有类似属性,同时类比的结论必须由实验来检验。类比对象间共有的属性越多,则类比结论的可靠性就越大。三是采用激扰法,即输入已知的激扰信号,确定结构的响应;并将响应结果与现有的现象信息进行比较,找到差异并调整输入激扰信号。如此反复,直至与现有的信息类似或相同为止。四是采用示踪法,利用示踪剂的力学、物理、化学、生物学等特性进行跟踪,由示踪结果确定研究对象的部分或全部时空结构特征,进而研究结构与环境相互作用原理。五是采用试凑法,利用已有的经验,结合逻辑分析方法,将主要现象与次要现象相结合,利用主次现象综合分析法,确定影响因素之间的相互关系。六是采用反(逆)推法,即从问题本身着手,利用各因素和未知条件,根据各因素之间的逻辑关系,找出所要研究问题必要条件,使未知的条件不断转化为由已知条件来描述,一直到待求的结论所需要的条件与题设条件(已知)相符合为止。七是采用综合分析法,即将上述因果分析法、类比法、激扰法、示踪法、试凑法、反(逆)推法等两种或两种以上的方法组合使用,甚至利用数值方法<sup>[5]</sup>、非线性分析方法等相结合<sup>[9]</sup>综合分析,充分利用各种合理的先验信息对反问题作适当形式的转换,合理地解决反问题。

实际工程技术中的反(逆)问题,部分或全部的现象、特性已知,系统的结构因素、环境因素、结构与环境相互作用原理及其演化过程均处于未知状态。因此对于与已知现象可能有联系的“疑似”因素需要深入研究,由表及里,确定这些因素本身及其相互作用规律。疑似因素可以是系统的结构因素、环境因素、结构与环境相互作用及其演化过程产生的因素,分别建立结构因素假说、环境因素假说、结构与环境相互作用及其演化过程假说或者综合假说,采用实验方法、现场测试方法或逻辑分析方法等相关因素综合分析,验证并证实这些假说的可靠性,在这些科学假说的基础上建立科学理论。

## 3 自然科学基金申报中的反问题

自然科学基金申报中,各个学科如力学、物理学、化学、天文学、地球科学、生物学、经济学、管理学、工程科学、医学、军事学、环境科学、遥测科学、控制科学、通讯学、气象学等领域均面临众多时空范围由果探因的反问题。基金申请中,申请者往往并没有认真考虑所研究的问题是正问题还是反问题,而

一并采用正问题的研究方法、研究思路来分析。如果所研究的问题正好是反问题,就必须采用反问题的研究方法、研究思路进行研究。因此在研究过程中,必须首先了解这些领域中所遇到问题的学术背景,搞清楚该问题的属于正问题还是反问题等学术属性。确定为反问题要定量地探求两方面的问题:一是在已经观察到的现象背后的动因究竟是什么;二是对于期望达到的目的和效果而言,应当预先施加何种措施或控制。一般来说,反问题的数学模型都存在非线性和不稳定性等特性,因此反问题在数学上着重研究问题的理论和方法,求解方法比正问题更复杂、更困难。

如果将所研究的对象视为一个系统,自然科学基金研究中反问题的申报可以依据观察到的现象,从系统的结构构成、系统的环境影响、系统结构与系统环境相互作用及其演化过程进行分析。相对应地归纳为以下几种情况,一是建立系统的结构假说,即反求内因或反求系统的结构特性。这一类问题是根据所观察到的现象,反求系统的组成部分、时空秩序以及联系规则,特别关键的是要确定影响系统主要特性的主导结构。二是建立系统的环境假说,即反求外因或反求系统的环境作用。环境的作用可能是内部环境、外部环境或者内外部环境共同、联合甚至耦合作用,一般从力学(机械)、物理、化学、生物甚至是社会等因素的单独作用或复合、耦合作用进行考虑。当然力学(机械)、物理、化学、生物及社会等几种作用还可以细分为不同的作用类型或作用方式,如力学(机械)作用可能是拉力、压力作用,可能是单轴、多轴作用,可能是弯曲、扭转作用,可能是静态、动态作用等等,甚至联合或耦合作用。物理作用可能是声、光、电、热、磁、波等等。化学、生物或社会等因素的作用方式也是多种多样。三是建立系统结构与系统环境相互作用及其演化过程假说,即反求内、外因相互作用的原理与演化过程,或者说反求系统的结构与系统环境相互作用、相互影响的基本规律。四是建立综合假说,即建立结构假说、环境假说、结构与环境相互作用及其演化响应假说形成的组合假说。不同的系统结构、不同的系统环境组合相互作用,就会有不同的演化过程和演化规律。因此通过研究演化过程与演化规律,反推系统过去的演化过程状态或参数辨识,以便为预测的目的服务。

对于结构假说、环境假说、结构与环境相互作用及其演化响应假说需要采用逻辑方法、实测方法、实验方法或经实践检验正确的理论和相应的数值方法

来证实,而不能采用未经检验的理论来证实。

#### 4 反问题的描述及其解法

从工程系统或技术系统中凝炼的科学问题,如果结构因素已知,在已知环境因素作用下,来寻求结构与环境相互作用原理及其演化过程,属于正问题。简单的单一影响因素作用就为一维问题,可用解析方式表达结构或者环境因素影响后所产生的响应。该响应可以是某一物理量、力学量或者其他工程技术中遇到的变量,也可以是这些量的变化率等。对于多个影响因素作用问题,可用解析方式表达结构或者环境作用影响因素所产生的结果。

工程系统或技术系统中,如果系统的响应已知,但系统的部分或者全部结构因素、环境作用因素未知。要确定这些结构、环境作用因素及其对应关系,这就是工程系统或技术系统中反问题所要解决的实质。由于工程系统或技术系统中反(逆)问题的现象—本质对应关系的不稳定性,实际研究中往往要在工程系统或技术系统中的结构分析中提出相应的结构假说、环境分析中提出相应的环境作用假说、在系统的演化过程中提出相应的相互作用假说等等,验证和检验假说的过程就是科学研究建立科学理论的过程。因此可以看出,正、反两类问题或多角度研究虽然研究路径不同,但都是工程系统或技术系统中科学研究常见而重要的研究课题。

通常工程系统或技术系统中反问题采用微分方程进行描述。反问题首先要假设单一“原因”作用,求解得出微元所引起结果的基本解;进而将这些单一“原因”引起的结果叠加,即求和或积分,得到多个“原因”引起的结果。但是正、反问题最大的不同在于,在正问题中,已知整个内因、外因等原因的分布,因此是对一个已知函数积分,求其积分结果。而反问题中,不知道整个内因、外因等原因如何分布,但是已知最终的总体结果,因此反问题是通过对一个未知函数积分,得到一个已知函数,目标是要求出那个未知的被积函数。此时就变成了一个积分方程,即积分号下含有未知函数的方程。

实际工程系统或技术系统中的反问题,结果是存在的。但是描述反问题的数学模型得到的解的存在性、唯一性及稳定性是困扰研究者的难点问题。如果模型中解虽然存在,却不是唯一的,有几个甚至无穷多个。这是因为搜集到的信息不足,没有足够的约束条件,不足以确定解的性质。对大多数反问题,真解只有一个,这就要从许多解当中,依据限定条件进

行挑选。同时由于实际的接收响应中不可避免地含有噪音,计算过程也有累积误差,许多的反问题因为微小的误差会导致反演结果出现病态性质,影响结果的稳定性。因此往往将参数控制反问题纳入控制论范畴,转换为分布参数系统的最优控制问题,应用计算机辅助优化法实现求解。也可以将正问题与反问题相结合,利用数值分析和反馈分析,进行优化设计,对已有设备的设计进行改进与优化。

反问题分析中,常常需要进行必要的实验室实验或现场测试。一种情况是测试所得到的结果往往不能满足解决问题所需要的信息量,出现信息缺失;另一种情况是得到的结果信息太多,数据间出现矛盾信息,出现信息泛滥。同时测试中不可避免地产生信息的误差。针对这些问题,Nikolai Tikhonov等学者提出了解决线性不适定问题的正则化方法。方法的主要思想是:利用对解和数据误差的先验估计可以将问题的求解限定在某个较小范围内,对问题的提法进行适当的改造后,原本不适定的问题就可以转化为适定的最优化问题求解,而且先验估计表明在一定精度下用正则化方法求得的解是合理的。

## 5 结语

科学研究中的反问题是研究方法还是研究

手段都尚在探讨之中。在申报国家自然科学基金项目时最为关键的是要正确区分正问题与反问题的不同实质,进而对具体的反问题采用符合项目要求的解决思路与研究方法,这样才能抓住反问题的科学本质,有利于国家自然科学基金项目的申报、评审与结题。

## 参考文献

- [1] 李幼铭,杨文彩. 地震反问题研究评述. 地球物理学进展, 1992, 7(3):23—31.
- [2] 谢官模,李卓球,沈大荣. 力学中几个领域的反问题研究综述. 武汉工业大学学报,1997,19(2):92—95.
- [3] 罗兴,廖伟丽,林汝长,等. 流体机械叶轮设计的研究与发展. 力学进展, 1997,27(3):372—388.
- [4] 于永海,索丽生. 有压瞬变流限压控制反问题的最优控制理论解法. 河海大学学报(自然科学版),2006,34(1):56—59.
- [5] 葛美宝,徐定华. 一类热传导方程逆时反问题的数值解法. 浙江师范大学学报(自然科学版),2011,34(1):59—63.
- [6] 朱旺喜,王来贵. 基于假说的自然科学基金申请. 科技导报, 2014,32(12):89.
- [7] 朱旺喜,王来贵. 科学基金申请中科学假说的研究内涵. 科技导报,2014,32(13):89.
- [8] 朱旺喜,王来贵. 科学基金申请中科学假说的论证和检验. 科技导报,2014,32(14):88.
- [9] 王兵贤,徐定华. 二维非线性抛物型方程反问题的变分伴随方法研究. 浙江理工大学学报, 2007,24(5):586—590.

## Connotation of the inverse problem in the application of National Natural Science Foundation

Wang Laigui<sup>1</sup>      Zhu Wangxi<sup>2</sup>

(1. Institute of mechanics and engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000;

2. Department of Engineering and materials science, National Nature Science Foundation of China, Beijing 100085)

**Abstract** In the practice of engineering and technology, there are many known phenomena, but their causes and evolution law need to be studied. This is called inverse problem. We discussed the direct and inverse problems in the engineering and technology, and the methods for analyzing this kind of inverse problems, including the cause and effect analysis, analogy method, turbulence, tracer method, trial and error method. Then we put forward the inverse problems in the proposal of National Natural Science Foundation. Moreover, we analyzed the methods for distinguishing, describing and resolving the inverse problem to provide references for the NSFC project applications.

**Key words** the inverse problem; the direct problem; NSFC project; description method